

GIOVANNI GARBEROGLIO

ZIO, MA QUANTO È GRANDE IL SOLE?

ABSTRACT - GARBEROGLIO G., 2012 - Uncle, how big is the Sun?

Atti Acc. Rov. Agiati, a. 262, 2012, ser. IX, vol. II, B: 43-61.

During a hot summer day, an inquisitive teenager asks her «scientist uncle» a few questions about lightbulbs, distances and the Sun. The ensuing dialogue covers subjects as diverse as Archimedes' law, the virial theorem, nuclear vs gravitational forces, and the birth of stars.

KEY WORDS - Sun, Pressure, Virial theorem, Parallax, Stellar formation.

RIASSUNTO - GARBEROGLIO G., 2012 - Zio, ma quanto è grande il Sole?

In una calda giornata d'estate, una ragazzina curiosa pone allo «zio scienziato» alcune domande sulle lampadine, la misura delle distanze ed il Sole. Il dialogo che ne consegue arriva a toccare i più disparati argomenti: la legge di Archimede, il teorema del viriale, le forze nucleari contro le forze gravitazionali, e la nascita delle stelle.

PAROLE CHIAVE - Sole, Pressione, Teorema del viriale, Parallasse, Formazione delle stelle.

– Zio, ma quanto è grande il Sole?

*Ecco... di tutto mi sarei aspettato adesso, tranne questa fatidica domanda. Sto trascorrendo le ferie estive nella mia città natale, rilassandomi in spiaggia in compagnia della mia nipotina ***, e speravo di staccare qualche giorno senza essere circondato da equazioni e modelli matematici. Dopo mesi e mesi passati a programmare computer, lanciare simulazioni ed analizzarne i risultati, sentivo proprio il bisogno di una bella vacanza.*

Quando il mio relatore di tesi mi disse che il mestiere di fisico è un'occupazione che impegna 24 ore al giorno per 7 giorni la settimana pensavo che stesse scherzando. Ora inizio a temere di dovermi ricredere. Il pomeriggio è appena iniziato, e ci stiamo riposando sotto il Sole

*dopo una rinfrescante puntata al buffet del bar. L'andirivieni della risacca concilierebbe un bel riposino, ma le amiche di *** ci hanno fatto sapere – per mezzo di una di quelle moderne diavolerie elettroniche sempre collegate in rete e dalle quali raramente *** riesce a staccarsi – che adesso per loro c'è troppo caldo, e non arriveranno prima di un'ora.*

- Beh, molto grande. Molto più grande della Terra, ad esempio...

Hmmm... qualcosa nella sua espressione mi dice che non è esattamente questa la risposta che si aspettava. Forse è stato quel leggero socchiudersi, leggermente sornione, degli occhi al mio tentativo un po' evasivo di risposta. Inizio a temere che sia giunto il momento di fare qualche discorso «serio».

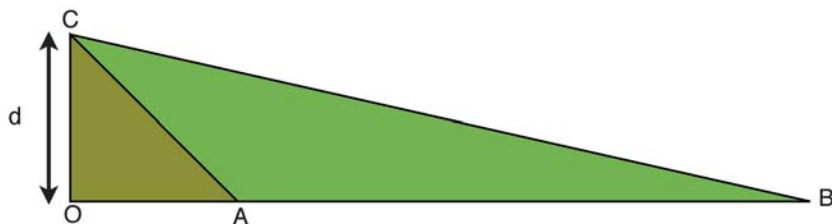
*E comunque *** non è la sola persona curiosa nei paraggi.*

- ..., ma perché me lo chiedi?
- Beh, stavo pensando che quando prendo il Sole sento proprio che mi riscalda per bene. Sai? Ieri sera avevo la lampadina della scrivania accesa, e ad un certo punto ho notato che quando la mia mano le se avvicinava – saranno stati 5 cm – sentivo molto caldo. Quasi quanto il caldo che sento adesso sotto il Sole, che in effetti sta picchiando duro. Però ieri ho anche notato che bastava allontanare poco la mano per non sentire più quasi niente. Ho pensato che il Sole deve quindi essere molto vicino, oppure molto molto potente se riesce a riscaldare tutto così tanto.
- Io direi «molto molto potente». Non è che sia esattamente vicino.
- Ecco, ma cosa intendi? Deve senz'altro essere più lontano della Luna, perché altrimenti non potremmo avere le eclissi. Però sembra anche grande più o meno come la Luna, perché a volte ci sono le eclissi totali, a volte quelle anulari. Mi ricordo di aver visto delle belle foto di queste ultime sul giornale non più di qualche mese fa.
- Infatti. Le dimensioni angolari del Sole e della Luna sono effettivamente molto simili. Cambiano un po' nel tempo perché la Terra gira intorno al Sole, e la Luna intorno alla Terra, percorrendo orbite leggermente ellittiche quindi la distanza non è sempre la stessa...
- Sì, sì lo so, le famose «leggi di Keplero»... che noia! Pure a scuola ce le hanno fatte studiare. Mica servono per caso a sapere perché la Luna sembra grande come il Sole? O quanto sia effettivamente grande il Sole?
- In effetti, una mano te la potrebbero dare...
- Davvero? E come?
- Ci vuole un minimo di trigonometria e un po' di fantasia. Il proble-

ma col Sole è che è molto luminoso. Con la Luna invece puoi usare il metodo della parallasse.

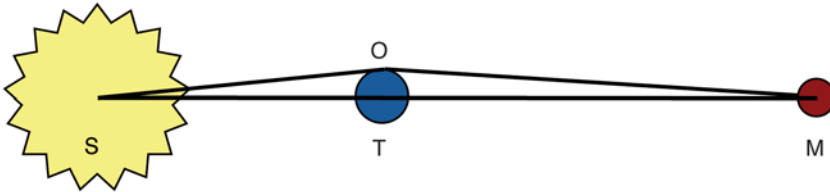
- E cioè?
- Lo stesso che usi, senza saperlo, per valutare le distanze degli oggetti.

Prima che la sua occhiata perplessa si trasformi in un'altra domanda, prendo uno stecchino e mi metto a disegnare sulla sabbia.



- Zio, ma cosa vuoi dire con questo disegno?
- Dunque, vediamo. Supponi che tu conosca la distanza d tra i punti C ed O, oltre che l'angolo CAO...
- In questo caso saprei tutte le proprietà del triangolo rettangolo CAO. O almeno, così diceva la prof di Mate durante le lezioni di trigonometria.
- E aveva ben ragione!
- Embè? Cosa c'entra con la distanza degli oggetti nel cielo?
- Dunque... immagina che O e C siano due osservatori astronomici. La distanza d in questo caso è nota dalla geografia. Il punto A, invece, rappresenta l'oggetto di cui vuoi calcolare la distanza. Quindi sei interessata alla lunghezza del segmento OA. Nel nostro caso A può essere un punto sulla Luna, ad esempio. Mi segui?
- Sì, sì, fin in qui direi di sì.
- Ecco, allora basta che gli astronomi misurino l'angolo BCA, che è circa uguale a CAO se il punto B è molto, molto più lontano di A, così che le rette BC e BA siano sostanzialmente parallele. Gli astronomi chiamano l'angolo BCA (o CAO) *parallasse*, da cui il nome del metodo.
- Ah, e come si fa a misurare questa «parallasse»?
- Facilissimo. Chiudi l'occhio sinistro e metti il dito destro in modo che ti copra la visuale quel faro laggiù in fondo, dall'altra parte del golfo.
- Fatto.
- Ora chiudi l'occhio destro e apri quello sinistro.
- Ehi, vedo il faro!

- Esattamente. Vedi il faro e anche il dito. Quindi puoi misurare l'angolo tra i due. Tornando al nostro disegno, quello che hai visto adesso dopo che hai aperto l'occhio sinistro è proprio l'angolo BCA (ovvero l'angolo faro-occhio-dito), cioè la famosa parallasse. Nel tuo caso la distanza d corrisponde alla distanza tra gli occhi. In questo modo, grazie alla trigonometria, potresti misurare la distanza tra l'occhio e il dito, che corrisponde alla lunghezza che ho segnato come OA nel disegno. È chiaro che stiamo considerando il faro come molto, molto più lontano rispetto al dito...
- Ah, ho capito! Quindi gli astronomi usano le stelle al posto del faro! Ma come si fa col Sole? Di giorno le stelle non si vedono!
- Esatto, è proprio qui che ci vuole un po' di fantasia. E di pazienza. Allora, guarda questo disegno:



- Scommetto che S è il Sole!
- Brava! Poi ho disegnato la Terra (T) e un pianeta esterno, ad esempio Marte (M). Allora...vediamo... la parallasse che vorremmo misurare è l'angolo TSO, ok?
- Sì! È l'angolo con cui il Sole vedrebbe la Terra, analogamente all'angolo CAO dell'altro disegno.
- Esatto, però non possiamo misurarla direttamente, visto che non vediamo niente dietro al Sole. Allora basta che ci giriamo e guardiamo dall'altra parte. Ad esempio supponiamo di aspettare quando Marte è in opposizione, cioè quando Sole, Terra e Marte sono allineati. Allora a quel punto possiamo misurare la parallasse TMO. Come vedi dal disegno $TSO \times ST = TMO \times TM$ (perché entrambi sono uguali al raggio della Terra), e quindi $TSO = TMO \times (TM/ST)$, cioè la parallasse solare è il prodotto della parallasse di Marte per il rapporto tra le distanze tra la Terra e Marte e tra il Sole e la Terra. Ma $TM = SM - ST$, quindi $TSO = TMO \times (SM/ST - 1)$.
- Ma perché hai riscritto la formula usando le distanze Sole-Marte e Sole-Terra?
- Perché così si può usare la terza legge di Keplero per semplificare ed esprimere il rapporto tra i raggi orbitali come rapporto tra i peri-

odi orbitali elevati alla potenza $2/3$. I periodi orbitali si misurano con più precisione delle distanze, basta avere un po' di pazienza.

- Ah! Ecco cosa volevi dire prima... quindi queste leggi di Keplero servono veramente a qualcosa! Ma alla fine quanto viene?
- Purtroppo ora come ora non mi ricordo tutti i dati, ma mi ricordo che la distanza Terra-Sole è uguale a circa 150 milioni di km.
- Cavolo! Ma è grandissima! Ben più dei 5 cm di distanza dalla mia mano alla lampadina l'altra sera. Eppure il Sole riscalda quasi allo stesso modo. Dev'essere potentissimo!

*Ok. Ora il desiderio di lasciar cadere l'argomento è veramente forte. Purtroppo però non riesco a resistere alla tentazione di punzecchiare un po' *** e solleticare la sua fantasia.*

- Beh, sì, in effetti ora abbiamo un sacco di dati a nostra disposizione per calcolare tutto quello che ti incuriosiva prima. Ad esempio quanto è grande il Sole. Dal momento che l'angolo con cui vediamo il Sole è circa lo stesso con cui vediamo la Luna, i rispettivi diametri sono proporzionali alle distanze, per cui $D_{\odot} = D_{\oplus} \times (R_{\odot} / R_{\oplus})$.
- D'accordo, però io che ne so di quanto è grande la Luna, o di quanto dista?
- Beh, potremmo usare di nuovo il metodo della parallasse...
- Ancora? Che barba!
- Oppure possiamo fare i moderni: gli astronauti hanno lasciato un bello specchio sulla Luna, e ora la distanza si misura con la telemetria laser. La distanza della Luna dalla Terra è di circa 380 mila km, mentre il suo diametro è di circa 3500 km. Starebbe comodamente a suo agio nell'oceano Atlantico. Quindi il conto è presto fatto: $D_{\odot} = 3.5 \times 10^3 (1.5 \times 10^8 / 3.8 \times 10^5) \text{ km} \sim 1.5 \times 10^6 \text{ km}$. Considerando che il diametro della Terra è di circa 13000 km, il Sole è circa 100 volte più grande. Stai attenta però che queste sono le dimensioni lineari: come volume potrebbe accomodare allegramente un milione di pianeti come la Terra.
- Wow! Gigantesco! Ci credo che emette così tanta energia e ci riscalda anche se è così lontano.
- Beh, a questo punto possiamo calcolare anche quanta energia emette.
- E come possiamo fare?
- L'hai detto tu prima.
- Io?
- Sì, tu. Hai detto che secondo te il Sole riscalda come una lampadina a circa 5 cm. Ora sappiamo che la distanza Terra-Sole è di 150 milioni di km, quindi il flusso di energia che emette è uguale alla sua

potenza totale P diviso la superficie di una sfera di raggio $R=1.5 \times 10^8$ km. Stando alla tua osservazione di ieri, questa quantità deve essere uguale al flusso di energia emesso dalla lampadina, e cioè la sua potenza p divisa per la superficie di una sfera di raggio $r=5$ cm.

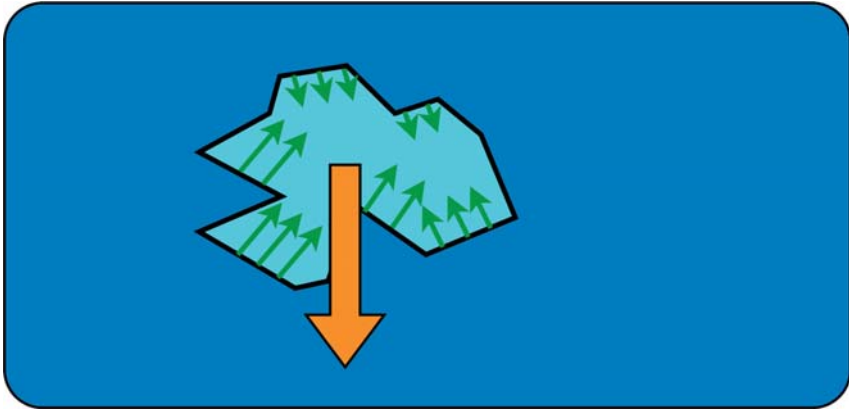
- In effetti, l'avevo detto, anche se non proprio in questo modo...
- Quindi la quantità che stiamo cercando è $P = p (R/r)^2$. Ci manca solo la potenza della lampadina, ma occhio e croce non sarà stata tanto diversa da 40 W. Quindi la potenza emessa dal Sole è $P=40 \times (1.5 \times 10^8 / 5 \times 10^{-5})^2 = 40 \times (3 \times 10^{12})^2 \sim 4 \times 10^{26}$ W.
- Ma che numero è? Quattro per dieci alla ventisei?
- Beh, è circa la metà di un miliardo di miliardi di miliardi. Per darti una scala «umana», fai conto che in questo istante la potenza totale prodotta dagli uomini sulla Terra è dell'ordine di 20 TeraWatt, ossia ventimila miliardi di Watt. Decisamente molto meno della potenza prodotta dal Sole. Anzi, per una strana coincidenza matematica, vien fuori che è proprio ventimila miliardi di volte meno.
- Impressionante... ma come fa il Sole a produrre tutta questa energia?
- Tramite reazioni nucleari. Per essere esatti sono reazioni di fusione, in cui i nuclei di atomi leggeri, sostanzialmente idrogeno ed elio, si fondono per produrre nuclei di atomi più pesanti. Nel fare questo rilasciano un bel po' di energia.
- Fusione dei nuclei? Come quella delle bombe H? Ma perché allora il Sole non esplose?
- Non esplose perché c'è la gravità che lo tiene a bada. Anzi, a voler essere precisi bisognerebbe dire che sono le reazioni nucleari che tengono a bada la gravità.
- Eh? Ma cosa vuoi dire? Il prof. di Fisica ci ha detto che la gravità è la forza più debole, mentre le forze nucleari sono le più forti. Non capisco: com'è che fa il più debole a tenere a bada il più forte?
- Beh, quello che ha detto il tuo professore è vero. Se immagini due nuclei di idrogeno ad una distanza di circa 10^{-15} metri, che è la distanza a cui devono arrivare per far sì che avvenga la reazione di fusione nucleare, allora la forza nucleare è molto, ma molto più intensa di quella gravitazionale. Però bisogna considerare un paio di altre cose.
- Ovvero?
- Prima di tutto che la forza nucleare scompare a distanze poco più grandi dei 10^{-15} metri di cui sopra, mentre invece la forza di gravità agisce fino a distanze molto grandi. Questo vuol dire che la forza nucleare tra due nuclei agisce solo quando sono molto vicini, mentre la forza gravitazionale su un determinato nucleo prende contri-

buti da tutti gli altri nuclei che ci sono sul Sole. Anche se ognuno contribuisce per poco, gli altri nuclei sono tantissimi, e quindi su grandi scale è la gravità che fa da padrona. Ed è proprio grazie alla gravità che le stelle si possono «accendere».

- Non sono sicura di aver capito.
- In effetti manca qualche «dettaglio».
- Ah, *qualche* dettaglio? Ho come l'idea che siano cose molto complicate.
- In effetti non hai tutti i torti. Le stelle sono un «laboratorio» interessante dove si incontrano e si scontrano tantissimi fenomeni fisici. La descrizione completa di come funzionano le stelle, e di come si evolvono da quando «nascono» a quando «muoiono», richiede di utilizzare praticamente tutta la fisica conosciuta: la teoria della gravità – compresa la relatività generale di Einstein se proprio vogliamo parlare di casi estremi dell'evoluzione stellare come i buchi neri – la termodinamica, l'elettromagnetismo, le reazioni nucleari e quindi gran parte della meccanica quantistica...
- Lo sapevo!
- ... però molte cose si possono capire, sebbene a grandi linee, usando i concetti che hai già visto a scuola.
- Davvero?
- Certo! Direi che occhio e croce possiamo vedere di cavarcela con la legge di gravitazione universale di Newton, l'equazione di stato dei gas perfetti, e il principio di Archimede.
- Ah. La prima me la ricordo: la forza tra due masse m ed M è attrattiva ed il suo modulo inversamente proporzionale al quadrato della distanza: $F = G M m / r^2$. G è la costante di gravitazione universale. Anche l'equazione di stato dei gas me la ricordo: il prodotto della pressione per il volume è proporzionale al numero di particelle moltiplicato per la temperatura: $PV = NkT$, dove k è la costante di Boltzmann.
- Ma che brava! Complimenti!
- Il principio di Archimede invece non l'ho mai capito. Alla fine l'avevo studiato a memoria, e infatti adesso l'ho già dimenticato. Qualcosa a proposito di corpi immersi, pesi spostati, volumi, spinte... bah! Che confusione!
- Non posso darti torto. In effetti il principio di Archimede si presta a generare un po' confusione, ma in fondo non è poi così difficile...
- Ah no?
- No, non troppo almeno. Secondo me la chiave per capirlo è ricordarsi che esistono due tipi di forze.

- Due tipi? Non erano quattro? Dunque: gravità, elettricità, forza nucleare...
- ... debole e forte. Sì, ma non era questo quello che intendevo. Queste sono le interazioni fondamentali. Io intendevo le forze che incontri tu tutti i giorni.
- Cioè?
- Beh, ad esempio una è proprio la gravità. Quella che ti tiene incollata alla Terra, che fa girare la Luna intorno alla Terra e la Terra intorno al Sole. Questa forza «agisce a distanza» per così dire. Il Sole è lagggiù a 150 milioni di chilometri, ma nonostante questo ci attira e ci mantiene in orbita.
- Ah, ho capito cosa vuoi dire! Poi ci sono le forze «di contatto», come ad esempio l'attrito.
- Esattamente. O le forze impulsive che i corpi esercitano l'uno sull'altro durante gli urti.
- Come quando faccio le schiacciate a pallavolo?
- Ad esempio... Per far muovere la palla devi toccarla: non basta agitare le braccia dall'altra parte del campo per farle cambiare direzione.
- Sarebbe utile però! Un po' ridicolo, forse...
- Mah. Secondo me è più divertente così. Comunque, tornando al nostro amico Archimede, una volta che ti rendi conto che gli oggetti che si toccano possono esercitare forze gli uni sugli altri, allora abbiamo quasi finito.
- Eh?
- Sì, sì. Basta pensarci un attimo. Immagina di avere una piscina di acqua ferma.
- Ok, questo mi sembra facile...
- Non noti niente?
- Tipo... che rimane ferma?
- Sì.
- E allora?
- E allora vuol dire che la risultante delle forze su ciascun elemento della bacinella deve essere zero.
- Ok. Questa è la seconda legge di Newton. Ma ancora non capisco.
- Immagina ora una superficie chiusa della forma che vuoi tu, ma che sia completamente racchiusa dentro la piscina, e chiediti quali sono le forze che agiscono sull'acqua contenuta dentro la figura che hai pensato.
- Beh. Sta ferma, quindi nessun... No aspetta! C'è almeno la forza di gravità della Terra di cui abbiamo parlato prima, no?

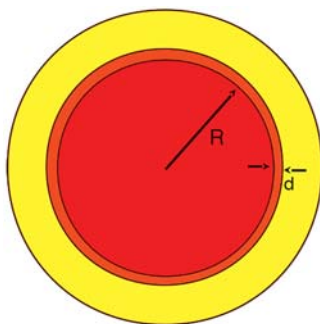
- Sì. Ma evidentemente non basta, visto che quel pezzo che hai pensato sicuramente non sta cadendo da nessuna parte.
- Ci credo che non cade, c'è tutto il resto dell'acqua che lo sorregge!
- Infatti, ma dov'è che spinge tutto il resto dell'acqua per sorreggere il pezzo che hai immaginato?
- Hmm... buona domanda. Dove viene esercitata la spinta necessaria a tenere fermo il mio volume di acqua? ... Ah! È come hai detto prima. L'acqua che sta fuori deve per forza spingere sulla superficie che separa i due pezzi.
- *Et voilà*. Ecco la tua legge di Archimede! Non appena metti un oggetto dentro l'acqua, la superficie che prima avevi immaginato diventa una superficie «vera», e cioè la superficie che separa il corpo dall'acqua. Ma l'acqua intorno all'oggetto che hai immerso fa esattamente la stessa cosa che farebbe se al posto dell'oggetto ci fosse altra acqua, perché l'acqua intorno non è cambiata e quindi non cambia nemmeno la sua interazione attraverso la superficie di contatto.
- Fammici pensare un attimo... dunque allora mi vuoi dire che qualsiasi oggetto che metto in acqua riceve una spinta verso l'alto che è uguale a quella che servirebbe a far stare fermo un volume di acqua uguale a quello dell'oggetto. E questo succede perché l'acqua intorno all'oggetto può agire su di lui solo attraverso la superficie. Visto che io so cosa succede quando quella superficie racchiude altra acqua – perché in questo caso tutto è fermo – posso concludere le forze esercitate dall'acqua «fuori» sono fatte in modo che la loro risultante equivale esattamente alla forza peso che avrebbe dell'acqua «dentro».
- Esatto.
- Ah. Senti, posso fare un disegno per vedere se ho capito bene?
- Certo! Anzi, io trovo che a volte fare i disegni sia un ottimo modo per fissare le cose in mente. Cosa intendevi fare?
- Dunque, allora questa è la bacinella, e questo scarabocchio rappresenta un qualsiasi oggetto. Allora, nel caso in cui sia acqua, il fatto che sia fermo mi dice che il suo peso, che rappresento con questo freccione verso il basso, dev'essere controbilanciato dalle forze che vengono esercitate da tutto il resto dell'acqua attraverso la superficie. Ma come sono fatte?
- Beh, questo è difficile da sapere. Quello che sai è che la somma di tutte le frecce deve puntare verso l'alto, perché alla fine tutti i contributi devono controbilanciare il freccione che hai disegnato.



- Ma alcune possono puntare verso il basso?
- Sì, in linea generale sì. Questo perché non solo c'è l'acqua sotto che sostiene il peso del tuo volumetto, ma c'è anche l'acqua sopra che lo preme. Tutte queste forze danno origine a quella che si chiama la *pressione* del fluido, che altro non è che la forza esercitata su una piccola zona della superficie, divisa per l'area di quella superficie. Nel nostro caso è l'acqua che esercita la pressione, ma lo stesso ragionamento vale anche per l'aria. E per quella grande palla di gas incandescente che è il Sole.
- Ora ho capito! Quindi questa «pressione» dipende dalla profondità! L'acqua sopra preme verso il basso, quella sotto spinge verso l'alto, e deve spingere un po' di più per controbilanciare il peso dell'acqua che sta in mezzo! Ecco perché quando vado sott'acqua, quanto più scendo tanto più mi fanno male le orecchie! Perché l'acqua preme di più!
- Esattamente!
- E quindi questo succede anche nel Sole? La pressione aumenta tanto più ci si avvicina al centro?
- Beh, sì, ma quello che succede dentro il Sole però è molto complicato, perché nonostante sembri una bella palla infuocata, è una palla molto disomogenea. Al centro avvengono le reazioni nucleari e c'è una temperatura molto alta, mentre andando verso la superficie esterna la temperatura diminuisce e le reazioni nucleari smettono, ma il calore proveniente dal nucleo è tale da strappare gli elettroni da nuclei degli atomi. Si forma così una miscela di cariche positive e negative ad altissima temperatura. Questa miscela è così importante che le hanno dato un nome tutto suo: plasma. A loro volta le cariche in moto creano forti campi magnetici, i quali danno origine a tutta una

serie di fenomeni interessantissimi (e complicatissimi) man mano che ci si avvicina alla superficie.

- Mamma mia, che confusione! E tutte queste cose si possono capire con la pressione, la gravità e la legge dei gas perfetti?
- Hmmm, tutte tutte no. Però quello che ti dicevo è che così si può capire come fanno le stelle ad accendersi.
- Davvero?
- Eh sì. Basta tornare alla nostra amica pressione e vedere cosa ci dice sull'interno del Sole.
- E cosa ci dice?
- Niente di più di quello che abbiamo già detto: in un sistema in equilibrio la pressione controbilancia il peso, cioè la forza di gravità. E visto che il Sole non cambia poi tantissimo da un giorno all'altro, possiamo ben assumere che sia sostanzialmente in equilibrio.
- E quindi?
- Quindi ora bisogna scrivere qualche equazione...
- No!
- E invece sì!
- Ma saranno cose complicatissime!
- Non più complicato del tradurre in matematiche quello che abbiamo detto finora.
- Tradurre?
- Sì. Scrivere in formule quello che abbiamo detto in italiano appena adesso.
- E cioè? Che la pressione controbilancia la forza di gravità?
- Esatto.
- E come si fa?



- Vediamo se ci riusciamo... allora, questo cerchio grande è il Sole. Mettiamoci in un punto qualsiasi a distanza R dal centro e tracciamo un'altra circonferenza. Poi vediamo di capire quali sono le forze che agiscono su una piccola buccia di spessore d subito sopra.

- E quali sono?
- Quelle che hai detto prima!
- Cioè la pressione che spinge da sotto, la pressione che preme da sopra e la forza di gravità?
- Esattamente. E la loro somma deve essere?
- ZERO! Perché stiamo supponendo che siano in equilibrio.
- Esattamente! E quindi come lo scriveresti in formule?
- Ah... dunque, qualcosa tipo $P_{sotto} + P_{sopra} + F_{gravità} = 0$?
- Ottimo. A parte il fatto che non dovresti sommare le pressioni, che sono forze diviso superfici, con le forze. Non sono grandezze omogenee e bisogna stare attenti.
- Beh, allora basta che divido la forza per la superficie della sfera di raggio R . Quindi, vediamo, $P_{sotto} + P_{sopra} + F_{gravità} / (4\pi R^2) = 0$. Và meglio?
- Molto meglio. Quasi quasi ti posso dare 18.
- Spiritoso...
- Per avere un voto più alto mi dovresti dire cosa intendi con P_{sotto} e P_{sopra} .
- Beh, quello che abbiamo detto prima: la pressione da sopra preme e quella da sotto sostiene.
- Intendi dire che esercitano forze in direzioni opposte.
- Hmmm. Sì... sì, direi che questo è quello che volevo dire.
- Mentre la forza di gravità da che parte spinge?
- Ah beh, questo è facile: spinge verso il centro del Sole, visto che è sempre attrattiva.
- E questo come lo scrivi nelle tue equazioni?
- Questo, cosa?
- Il fatto che le alcune delle pressioni che hai scritto sono dirette verso il centro del Sole, e altre in direzione opposta.
- Non dirmi che devo mettere dei segni!
- Temo proprio di sì.
- Ma perché?
- Beh, per tradurre quello che hai detto in formule. Alcune forze sono dirette da una parte, ed altre dall'altra.
- E come faccio a sapere quale forza è positiva e quale negativa?
- Basta che lo decidi.
- In che senso?
- Nel senso che puoi scegliere tu il verso da indicare positivo e quello da indicare negativo. Verso il centro, o verso l'esterno.
- Davvero?
- In generale, sì. Anche se di solito ci sono delle convenzioni. Nel

caso del Sole, giusto per non stare ogni volta a spiegare le scelte che si fanno, di solito si prende come verso positivo quello diretto dal centro alla periferia.

- Ah, ecco, quindi dovrei scrivere una cosa tipo $P_{sotto} - P_{sopra} - F_{gravità} / (4\pi R^2) = 0$.
- Benissimo. Se poi ti ricordi anche qual'è l'espressione per la forza di gravità siamo a cavallo.
- Sì, quella me la ricordo: il prodotto della massa dentro la sfera di raggio R per la massa dentro la buccia di spessore d , per G e diviso per R^2 . Giusto?
- Ti manca solo un ultimo passaggio: dare i nomi a quello che hai detto.
- Non capisco.
- Ad esempio, come scriveresti in formule «la massa dentro la sfera di raggio R »? E anche «la massa dentro la buccia di spessore d »?
- Ah, dunque, la prima la chiamerei $M(R)$.
- E la seconda?
- Vediamo... ah ecco! Se $M(R)$ è la massa dentro la sfera di raggio R , allora la massa dentro la buccia potrebbe essere qualcosa tipo $M(R+d) - M(R)$.
- Ok. Ora per semplificare ulteriormente ci vuole un po' di «esperienza». Allora, guarda qua. Intanto possiamo indicare la pressione con una funzione come hai fatto per la massa. Quindi possiamo dire $P_{sotto} = P(R)$ e quindi $P_{sopra} = P(R+d)$. Ti torna?
- Sì, direi di sì.
- E poi possiamo notare che la forza di gravità viene divisa per $4\pi R^2$. Quindi la massa della buccia viene anche lei divisa per la stessa quantità. Ma se moltiplichiamo e dividiamo per d , ricordandoci che $4\pi R^2 d$ è il volume della buccia, allora abbiamo che $[M(R+d) - M(R)] / (4\pi R^2) = \rho(R) d$, dove ho indicato con $\rho(R)$ la densità a distanza R dal centro della sfera. Alla fine la nostra equazione per la legge di Archimede del sole diventa: $[P(R+d) - P(R)] / d = - G M(R) \rho(R) / R^2$.
- E quindi? Cosa vuol dire? Cosa ne possiamo dedurre?
- Ah. Niente.
- Come: «niente»? Tutta questa fatica... e non abbiamo imparato niente?
- No, no, non intendevo dire questo. Intendevo dire che questa è un'equazione complicata, dove le incognite sono due funzioni: la pressione e la densità (o la massa) in funzione della distanza dal centro.
- Due incognite e un'equazione? Mi sa che non andiamo molto lontano.

- Eh sì, in effetti hai ragione. Infatti quello che intendevo dire è che ci manca un'altra equazione che leghi la pressione alla densità... una specie di equazione di stato.
- Ah, ecco, come l'equazione di stato dei gas perfetti! $PV = NkT!$
- Esattamente. Anche se la cosa è un po' più complicata...
- Ancora complicazioni?! Ma voi fisici non vi rendete mai la vita un po' facile?
- Purtroppo è il mondo che non è facile... anche se è proprio questo che lo troviamo assolutamente affascinante! Nel caso del Sole dobbiamo tener conto che ci sono vari strati diversi, in cui succedono cose diverse. Come dicevo prima, al centro si produce energia per reazioni nucleari, questa energia si diffonde verso la periferia, riscaldando tutto quello che incontra mantenendolo allo stato di plasma, e poi via via fino agli strati più esterni. E bisogna tenere conto di tutti questi vari stati della materia, di tutte le possibili reazioni nucleari, di quanta energia producono, di come l'energia viene trasportata, dei campi magnetici prodotti dalle cariche che «ribollono» e...
- Voi siete matti!
- Però se vuoi possiamo semplificare.
- Magari! Sento che mi sta venendo un po' di mal di testa... dev'essere colpa dell'energia prodotta dal Sole.
- Ma se siamo sotto l'ombrellone!
- Ma no che non sto prendendo un'insolazione! È provare a seguirti che mi fa girare la testa.
- ...
- Però devo dire che sono argomenti affascinanti. Allora, com'è che vengono fuori queste semplificazioni? E cosa è che vuoi semplificare?
- Innanzi tutto, basta reazioni nucleari.
- Ok, spegniamo il Sole e tutti a fare il bagno!
- Ah! ah! ah! Comunque non intendevo questo. Volevo riprendere quello che ho detto prima e che ti aveva tanto colpito: nel Sole sono le reazioni nucleari che tengono a bada la gravità.
- Reazioni nucleari, ma non le avevamo spente?
- Certo, e infatti ho intenzione di partire dall'inizio. Quando il Sole non c'era ancora...
- E allora cosa c'era?
- Una bella «nuvolona» di gas, formata principalmente da idrogeno ed elio. Con una «spruzzatina» di elementi più pesanti, sostanzialmente residui di una stella che c'era prima del Sole. Ad un certo punto questa nuvola inizia a contrarsi sotto l'azione della sua gravità.

- E poi?
- E poi vediamo cosa ci dicono le nostre belle equazioni che abbiamo fatto tanta fatica a derivare prima. Prendiamo la legge di Archimede. Come dicevamo prima, da sola non ci dice niente, però con un po' di matematica, che ti risparmio...
- Grazie zio, ti voglio bene!
- ... si riesce a dimostrare una cosa interessante. In condizioni di equilibrio, cioè quando non c'è né contrazione né espansione, la pressione media di un sistema autogravitante (cioè la nuvolona di gas) è legata alla sua energia potenziale gravitazionale da una relazione abbastanza semplice. Se indichiamo con p la pressione media, la legge di Archimede ci dice che $p = -U / (3V)$, dove V è il volume della nuvolona, ed U è la sua energia potenziale gravitazionale, che è negativa perchè la gravità è una forza sempre attrattiva.
- Oh! Questa sì che mi sembra una formula semplice.
- Ah, ma a questo punto le cose diventano interessanti.
- Davvero?
- Eh sì, perché abbiamo una nuvolona di gas, e quindi sappiamo la sua equazione di stato.
- L'equazione dei gas perfetti!
- Esattamente! Come prima approssimazione si può anche provare. Però invece di scriverla come prima $PV = NkT$ – ci ricordiamo che una particella ha un'energia cinetica media che è uguale a $3kT/2$, e quindi la scriviamo come: $p = 2K / (3V)$, dove K è l'energia cinetica media di tutte le N particelle della nuvolona.
- Mi sembra semplice anche questa. Ma scusa, la pressione p che compare nella legge dei gas perfetti e la pressione che hai chiamato p nella legge di Archimede sono la stessa?
- Esattamente la stessa cosa, perché entrambe sono uguali alla pressione *media* del sistema. Quindi le possiamo eguagliare. E così scopriamo che per un sistema autogravitante in equilibrio idrostatico bisogna avere $2K+U=0$. Questo risultato è noto anche come *teorema del viriale*.
- Cioè che il doppio dell'energia cinetica sommata all'energia potenziale dovuta alla gravità sono uguali a zero?
- Esatto. Un'equazione importantissima.
- Di sicuro sembra semplice. Strano, eh?
- Semplice, ma ti porta lontano. Ad esempio se consideri il fatto che l'energia meccanica totale del sistema è la somma dell'energia cinetica e di quella potenziale: $E = K+U$. Il teorema del viriale allora ti dice che all'equilibrio $K = -E$, oppure – equivalentemente – $U = 2E$.

C'è solo un piccolo problema...

- Te pareva? E quale sarebbe questo problema?
- Che il teorema del viriale è valido all'equilibrio. Bisogna fare in modo di arrivarci.
- Ah, beh, per forza. Se all'inizio abbiamo una nuvola di gas e poi una stella, dovrà essere successo qualcosa nel frattempo, no? Anzi, visto che il gas si deve concentrare, non potrà essere sempre all'equilibrio.
- Esattamente! In realtà non è difficile vedere cosa succede: ripensiamo alla nostra nube che si contrae. All'inizio abbiamo un sistema sostanzialmente isolato, e pertanto la sua energia meccanica totale $E = K + U$ si conserva. E se all'inizio la nube di gas è fredda e molto diffusa, si può considerare che $E \sim 0$. Quando questa a contrarsi K aumenta e U diminuisce in modo che E rimanga costante e circa uguale a zero: le particelle cadono nel pozzo gravitazionale che loro stesse producono, e quindi aumentano di velocità. Ma se K aumenta però E rimane uguale a zero, è difficile arrivare a soddisfare $K = -E$, e cioè il teorema del viriale.

Questo ti dice che un sistema isolato autogravitante non potrà mai raggiungere l'equilibrio idrostatico, a meno che non ci sia un modo per diminuire l'energia meccanica totale E mantenendo costante l'energia gravitazionale U .

- E allora come si fa a raggiungere questo equilibrio? Che succede?
- Beh, sotto l'effetto della forza gravitazionale, che è sempre attrattiva, la nuvola di gas si contrae e si riscalda. E continua a contrarsi riscaldandosi fino a quando la temperatura non è alta a sufficienza da ionizzare gli atomi. Per fare questo bisogna arrivare a circa 10.000 gradi. A questo punto l'energia cinetica K viene «usata» per strappare gli elettroni dai nuclei e produrre così del plasma. Questo vuol dire che via via che il gas si ionizza K diminuisce, ma l'energia gravitazionale U rimane costante, perché U dipende sostanzialmente dalla massa della nuvola e dalle sue dimensioni, che non variano mentre si forma il plasma. In questo modo si creano le condizioni per dirigersi verso la situazione di equilibrio in cui diventa valido il teorema del viriale.
- Davvero? E come?
- Beh, dopo che gli atomi si sono ionizzati abbiamo tante particelle cariche che gironzolano di qua e di là. Le cariche che si muovono emettono radiazione elettromagnetica, ed il sistema inizia a perdere energia. A questo punto anche E diminuisce...
- E poi? Si raggiunge un qualche equilibrio e smette tutto?

- Non esattamente. Ci si avvicina alle condizioni previste dal teorema del viriale, ma il sistema è ancora caldo, e quindi sta emettendo energia sotto forma di luce e radiazione.
Perdendo energia, E diminuisce. Ma visto che a questo punto possiamo approssimativamente usare il teorema del viriale, deduciamo che K aumenta. Il plasma continua ancora a contrarsi e riscaldarsi, ma a questo punto l'evoluzione è più lenta, perché avviene sostanzialmente non molto lontano dall'equilibrio.
- È questo «non molto lontano» che non capisco. Detta così sembrerebbe che ancora la nuvola non si possa fermare e continui a... come dire?... concentrarsi.
- In effetti è vero: non si ferma ancora perché non c'è nessuna forza che riesca a tenere a bada la gravità. Ma l'energia totale della stella, E , continua a diminuire perché la stella emette radiazione. Anzi, se proprio uno vuole essere preciso, il teorema del viriale ti dice che se l'energia totale della nube decresce dell'1%, allora l'energia cinetica cresce dell'1% e l'energia gravitazionale decresce del 2%. Come vedi, più emette energia, più si contrae e più si riscalda, quindi aumenta l'emissione di energia e così via... una specie di circolo vizioso. E tutto questo è dovuto alla gravità.
- Wow!
- Eh sì. Quindi sotto l'effetto della gravità la temperatura di questa «nuvola di plasma» continua ad aumentare e la sua densità continua a crescere. Deve passare qualche decina di milioni di anni, ma ad un certo punto si arriva alle condizioni giuste: la temperatura supera il milione di gradi, e si accendono le reazioni di fusione nucleare.
- Che fermano la gravità!
- Eh sì. Grazie all'energia rilasciata dalle reazioni nucleari si può ritornare ad una specie di equilibrio. L'energia persa per emissione di luce e radiazione da parte del plasma è compensata da quella prodotta dalla fusione dei nuclei. Quindi l'energia totale E rimane costante, K rimane costante e anche l'energia potenziale gravitazionale U rimane costante. Signore e signori, è nata una stella!
- Quasi mi verrebbe da applaudire!
- In effetti è proprio un bello spettacolo. Se ti capita, in rete trovi anche un sacco di belle foto di stelle appena nate, che illuminano la polvere di gas che è rimasta intorno. Da quando poi hanno messo in orbita il telescopio spaziale, hanno anche una risoluzione impressionante...
- Zio?

- Sì?
- Lo sai che mi piacerebbe tanto rimanere qui a chiacchierare...
- ...ma?
- Sono arrivate le mie amiche.

*Detto questo, *** si alza e fa loro cenno di venire nella nostra direzione. Appena arrivate, salutano, ma si vede che sono impazienti...*

- Buongiorno, signor Garberoglio. Ciao ***! Oggi il Sole picchia proprio forte! Che caldo!
- Ciao ragazze! In effetti ne stavamo giusto parlando. E adesso so anche da dove viene tutta questa calura.
- Ah sì? La solita secchiona! Beh, io invece so dove stiamo andando!
- Oh, e dove sarebbe?
- A prendere un bel gelato!!! Vieni?
- Sì, sì, sto arrivando... ciao Zio, ci vediamo dopo!
- Ciao, e buon divertimento!

Ed ora un po' di relax! Mi giro verso lo zaino e faccio per prendere un libro, ricordandomi che ero indeciso su cosa avrei voluto leggere in spiaggia. Dunque, l'alternativa è tra un volume sulla struttura elettronica della materia e un romanzo di fantascienza.

Penso che avrò altre occasioni per fare il «secchione». In fondo sono in vacanza, e questo non vuol necessariamente dire «lavorare, ma da un'altra parte».

*Dopo i discorsi fatti con *** sento ancora il fascino delle stelle, che solleticano la passione per l'astronomia che mi aveva preso da adolescente. E so che potrò andare lassù solo in due modi. O con la scienza. O con la fantasia.*

La mano si allunga a prendere il romanzo: «In the week before their departure to Arrakis, when all the final scurrying about had reached a nearly unbearable frenzy, an old crone came to visit the mother of the boy, Paul...».

BIBLIOGRAFIA

BATCHELOR G.K., 2000. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.

FEYNMAN R.P., LEIGHTON R.B. & SANDS M., 2001 - *La fisica di Feynman*. Meccanica, radiazione, calore, Vol. 1, Zanichelli.

F. HERBERT F., 2012 - *Dune*. Fanucci.

PHILLIPS A.C., 1999 - *The physics of stars*. John Wiley & Sons. Second edition.

RIFATTO A. - *Lezioni ed esercizi di Astronomia*. INAF - Osservatorio Astronomico di Capodimonte, Napoli. www.na.astro.it/~rifatto/personale/dispense_di_astronomia.pdf.

Sul sito web del telescopio spaziale Hubble sono presenti numerose foto di regioni in cui si formano le stelle. Si veda, per esempio: <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/star-cluster/>.

